

NIEUWE BEWIJZEN

VOOR

DE ASWENTELING DER AARDE,

DOOR

H. KAMERLINGH ONNES.

TE GRONINGEN BIJ J. B. WOLTERS, 1879.

NIEUWE BEWIJZEN

VOOR

DE ASWENTELING DER AARDE.

NIEUWE BEWIJZEN

VOOR

DE ASWENTELING DER AARDE.

ACADEMISCH PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DEN GRAAD VAN

DOCTOR IN DE WIS- EN NATUURKUNDE,

AAN DE RIJSUNIVERSITEIT TE GRONINGEN,

OP GEZAG VAN DEN RECTOR MAGNIFICUS

JHR. DR. R. H. C. K. VAN DER WIJCK,

HOOGLEERAAR IN DE FACULTEIT DER LETTEREN EN WIJSEGEERTE,

TEGEN DE BEDENKINGEN DER FACULTEIT IN HET OPENBAAR TE VERDEDIGEN

OP DONDERDAG 10 JULI 1879, DES NAMIDDAGS TE 2 UUR,

DOOR

HEIKE KAMERLINGH ONNES,

GEBOREN TE GRONINGEN.

GRONINGEN,

J. B. WOLTERS.

1879.

AAN MIJNE OUDERS.

V O O R W O O R D .

In dit proefschrift wordt aangetoond, dat de vermaarde slingerproef van FOUCAULT slechts een zeer bijzonder geval is van eene geheele groep van voor het begrip der betrekkelijke beweging zeer leerzame verschijnselen, die proefondervindelijk even gemakkelijk en overtuigend de draaiing der aarde laten bewijzen.

Waarschijnlijk zullen de experimenteele toepassing dier verschijnselen als bewijs voor de aswenteling der aarde en de behandeling der vraagstukken uit de analytische mechanica, die er mede in verband staan, bij een verschillenden kring van lezers belangstelling wekken. Met het oog daarop is het proefondervindelijk gedeelte zoo bewerkt, dat het afgescheiden van de hoogere wiskundige ontwikkelingen kan worden gevolgd en anderzijds in het eerste Stuk van het Wiskundig Gedeelte „Over de betrekkelijke beweging“ elke inmenging der proefondervindelijke natuurkunde vermeden. Overdrukken van dit stuk uit het *Nieuw Archief voor Wiskunde* werden mij goedgegunst door het Genootschap „Een onvermoeide arbeid komt alles te boven“ tot dit gebruik verstrekt. Het onderzoek van de storingen van de verschijnselen, die de wiskundige ontwikkeling oplevert, is in het tweede Stuk van het Wiskundig Gedeelte bevat.

Bij het bewerken van dit proefschrift heb ik getracht de les te behartigen, die voor een aankomend beoefenaar der natuurwetenschap opgesloten ligt in de volgende woorden van HELMHOLTZ in zijn: „*Gedächtnisrede auf GUSTAV MAGNUS*“:

„Gegenwärtig scheint es mir, als wenn immer mehr und mit Recht die Ueberzeugung Boden gewönne, dass in dem entwickelteren Zustande

der Wissenschaft nur derjenige fruchtbar experimentiren könne der eine eindringende Kenntniss der Theorie hat und ihr gemäss die rechten Fragen zu stellen und zu verfolgen weiss, und andererseits dass nur derjenige fruchtbar theoretisiren könne, der eine breite praktische Erfahrung im Experiment hat.

Mocht uit de behandeling van dit onderwerp mijn ernstig streven blijken om mij in deze richting te ontwikkelen, een streven, dat ik het beste bewijs reken van mijne dankbaarheid jegens U, Hooggeleerde G. KIRCHHOFF, die mij uwe hulp zoo ruimschoots geschonken hebt bij mijne eerste proeven met den slinger van FOUCAULT, waarin ik later de aanleiding tot dit onderzoek vond — en jegens U, Hooggeleerde R. A. MEES voor de wélwillendheid, waarmede gij mij steeds uwe hulp en ondersteuning hebt verleend, gedurende de vele jaren, die ik onder uwe leiding werkzaam was.

ERRATA.

- pag. 4, reg. 10 v. o., moet *uu* wegvallen.
 reg. 11 v. o., moet worden toegevoegd: , terwijl zij voor het in rust gedachte coördinatenstelsel uit (1), met weglating van ^(*) bij de krachtontbondenen, en (2) moeten worden geëlimineerd.
- " 5, reg. 2 v. b., moet *du* wegvallen.
 reg. 5 en 6 v. b. moet U in plaats van V staan.
- " 8, form. (19), lees x , in plaats van x_1 .
- " 8 en 9, form. (22) tot form. (28) moet p^2 in plaats van p staan.
- " 10, „de H van het stelsel” cursiveeren.
- " 21, form. (65), in den tweeden term van het 1^e lid in D in plaats van D .
- " 22, De zin: Voor een cardanisch enz. te lezen als volgt:
 Voor een cardanisch opgehangen slinger en ook voor een stelsel van stoffelijke punten gebonden aan een vlak, maar vrij daarin bewegelijk, zullen wij echter in Hoofdstuk III zien, dat het niet nul is, maar de levende kracht wanneer het stelsel met de ontbondene van de draaiingssnelheid van het coördinatenstelsel volgens de as, om welke het stoffelijk stelsel niet draaien kan.
- " 27, reg. 3 v. o., achter (1) te lezen: met weglating van de ^(*) bij de krachtontbondenen, d. i. toegepast op een rustend coördinatenstelsel.
- " 28, lees (68^b) voor (68).
- " 31, reg. 12 en 13 v. b., lees achter (1): met weglating van ^(*) bij de krachtontbondenen.
- " 33, reg. 12 v. b., lees (68^b) voor (68).
- " 40, reg. 6 v. b., lees $h - 2\alpha$, in den noemer van den laatsten term.

- pag. 68, reg. 2 v. b., lees v_1 en w_1 , in plaats van v en w .
 reg. 17 v. b., lees „onze integralen van Hoofdstuk II” in plaats van „elliptische integralen”.
 reg. 19 v. b., lees p^2 en q^2 in plaats van p en q .
 reg. 17 v. o., lees $y' = y \cos \psi - x \sin \psi$.
 reg. 15 en 13 v. o., lees p^2 en q^2 in plaats van p en q .
 „ 75, reg. 18, 15 en 4 v. o., lees X_0 in plaats van x_0 .
 „ 77, reg. 7 v. o., lees S_2 in plaats van S .
 „ 79, reg. 10 v. b., lees $\frac{\partial S}{\partial t_0}$ in plaats van $\frac{\partial \beta}{\partial t}$.
 „ 115, reg. 10 v. b., lees $\frac{a'b'}{l^2}$ in plaats van $\frac{a'b}{B^2}$.
 „ 119, reg. 2 v. b., lees *de toestel* in plaats van *het geheel*.
 reg. 17 v. o., lees y_1, z_1 in plaats van y, z .
 reg. 7 v. o., lees x_2, y_2, z_2 in plaats van x_2, y, z en x_2, y_2, z_2 in plaats van x_2, y, z_2 .
 „ 121, reg. 10 v. o., π in plaats van Π .
 „ 122, reg. 7 v. b., lees T' in plaats van T .
 „ 123, form. (21), tweede term van ξ , lees $a_2 \sin m_2$.
 „ 125, reg. 2 v. b., lees I in plaats van II.
 „ 126, reg. 17 v. b., lees *de laatste* in plaats van *dese*.
 „ 129, reg. 15 v. b., toe te voegen: In dit Hoofdstuk wordt echter $U'_{\phi\theta}$ klein van de derde orde gesteld. (Zie de uitbreiding in Hoofdstuk IV.)
 aan form. (38) moet worden toegevoegd $-U'_R$.
 „ 130, aan form. (40) moet worden toegevoegd $-U'_R$.
 „ 132, form. (47^b) moet zijn:

$$p_1' = \sqrt{2A_0(h-a)} \cos pt', \quad p_2' = \sqrt{2B_0a} \cos qt'$$
 form. (49) lees in den teller van eersten term $2C$, in den noemer C^2 .
 „ 133, form. (50) lees in het eerste lid:

$$\frac{p_1'^2}{2A_0} \text{ en } \frac{p_2'^2}{2B_0}$$
 „ 136, form. (55), lees in den tweeden term B'_{ϕ} voor B'_{θ} .
 „ 140, reg. 13 v. b., lees *achter orde*, (zie Hoofdstuk IV).
 reg. 14 v. b. moet *verder* wegvallen.
 „ 141, form. (68) reg. 1 v. b., lees $-2m_2 \xi^2$ in plaats van $\frac{1}{2} 2m_2 \xi$.
 reg. 2 v. b., lees $A_0^{\mu\nu}$ in plaats van $2A_0^{\mu\nu}$.

- pag. 141, form. (69) laatste vergelijking, lees $A_0^{\xi\eta}$ in plaats van $A_0^{\eta\xi}$.
 aan form. (73) moet worden toegevoegd

$$A_0^{\xi\eta} = -m_2 R.$$
 „ 142, form. (77) laatste regel, lees $A_{\phi\theta}$ in plaats van $A_{\nu\theta}$.
 „ 144, reg. 2 v. b., moet $a_{\nu\nu}$ wegvallen.
 „ 146, reg. 1 en 3 v. b., lees $\frac{a}{\sqrt{M}}$ en $\frac{b}{\sqrt{M}}$ in plaats van a en b .
 „ 149, form. (71*) moet in plaats van $A_0^{\eta\nu}$, $A_0^{\xi\xi}$ en $A_0^{\xi\nu}$ staan $2A_0^{\eta\nu}$, $2A_0^{\xi\xi}$ en $2A_0^{\xi\nu}$.
 „ 150, reg. 1 v. b., eveneens.
 „ 151, reg. 9 v. o., eveneens.
 „ 154, reg. 18 v. o., lees $A_0^{\eta\nu}$ in plaats van $A_0^{\xi\nu}$ in 't laatste lid.
 „ 155, reg. 6 v. o., lees U'_{μ} in plaats van U_{μ} .
 „ 156, form. (74*), lees $-\frac{1}{2}M''$ en $-\frac{1}{2}M'$ in plaats van M'' en M' .
 „ 157, reg. 8 v. b., toe te voegen: De scheefte der assen is echter bij onzen slinger van de tweede orde.
 „ 158, reg. 8 v. o., lees *het* in plaats van *dit*.
 „ 162, reg. 3 v. b., lees *dezelfde* in plaats van *de*.
 reg. 4 v. b., lees *zoals* in plaats van *die*.
 reg. 9 v. o., na *brenge*n moet worden ingevoegd:
 In Hoofdstuk II wordt buitendien de werking van eene wrijving onafhankelijk van de snelheid nagegaan, die bij mijne proeven ook van invloed bleek te zijn.
 reg. 8 en 7 v. o., lees $A'_0 \sqrt{A_0}$, $B'_0 \sqrt{A_0}$ en $\sqrt{A_0} B'_0$.
 „ 163, reg. 6 v. o., lees *kunnen* in plaats van *kan*.
 „ 167, reg. 7 en 8 v. b., lees $a^{(2)}$ in plaats van $a^{(2+1)}$.
 reg. 9 v. b., lees $\frac{A_0}{2}$ in plaats van A_0 .
 „ 176, reg. 1 v. b., lees $\frac{p}{h} \frac{\partial S}{\partial x}$ in plaats van $\frac{\partial S}{h \partial x}$.
 reg. 3 v. b., lees δ in plaats van δ .
 reg. 4 v. b., lees ϵ in plaats van δ .
 „ 178, form. (133) in b'_D , lees $\sin \psi'$ in plaats van $\sin^2 \psi'$.
 in c'_D , lees $\sin^2 \psi'$ in plaats van $\sin \psi'$.
 „ 180, reg. 18 v. o., lees *Wanneer men*, in plaats van *Wanneer*.
 „ 183, form. (149), lees *Cos* ϵ in plaats van *Cos* ξ .

pag. 184, reg. 3 v. b., lees \sin in plaats van S_n .

" 186, reg. 14 v. b., toe te voegen: of omgekeerd alnaarmate de normale of abnormale onderperiode voorafgaat.

form. (159), in den noemer van het tweede lid $8\Omega'$ in plaats van Ω' .

reg. 6 v. o.,

$$\Delta_{\text{III}} \chi_2 = -\frac{1}{2} \frac{A_B - B_B}{4\Omega'} \sin 2\psi_D \sqrt{\cos^2 \varepsilon \sin \psi'} (\pm 1 + \cos 2\delta).$$

" 189, reg. 15 v. b., lees y in plaats van x en omgekeerd.

" 194, reg. 12 v. b., $\frac{d\Delta''}{dt} = \frac{8}{3\pi} (B_D a' - A_D b') \frac{d\Delta''_0}{dt}$.

reg. 8 v. o., lees $\frac{4\sqrt{h_0}}{8\pi}$ in plaats van $\frac{4}{8\pi}$.

" 195, reg. 7, v. o., lees *negatieve* in plaats van *positieve*.

" 201, reg. 12 v. b., lees $\Delta \chi_1 = 15'9$ in plaats van $\Delta \chi_1 = 18'1$.

" 204, reg. 10 v. o., eerste lid $\frac{d'}{dt}$ (in plaats van $\frac{d}{dt}$,

tweede lid, lees \sqrt{h} in den noemer in plaats van h .

" 205, in [q] lees $\Delta_D \log h_1 = -0.0994$.

in (176) $\Delta_D P$ in plaats van $P \Delta_D$.

" 229, reg. 28 v. o., lees Hoofdstuk III in plaats van Hoofdstuk I.

WISKUNDIG GEDEELTE,

1^o STUK.

OVER DE BETREKKELIJKE BEWEGING.